

УДК 004.942

В. Г. Гравшин, аспирант

С. В. Стойчев, аспирант

П. А. Ушаков, д-р техн. наук, проф.

E-mail: grawowchik@mail.ru

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Проверка возможности реализации нового элемента с фрактальным импедансом путем комбинации элементов с фрактальным импедансом с известными параметрами

Проведено компьютерное моделирование частотных характеристик двухполюсников, образованных параллельным и последовательным соединением элементов с фрактальным импедансом (ЭФИ). Моделирование проведено в программе OrCAD с использованием схемотехнических моделей ЭФИ на основе R-C-NR-линий. Для проверки адекватности полученных результатов были выведены аналитические выражения импедансов двухполюсников, образованных параллельным и последовательным соединением идеальных ЭФИ. Частотные характеристики импеданса этих двухполюсников были получены в программе Matlab. Показана принципиальная невозможность получения нового ЭФИ путем параллельного или последовательного соединения ЭФИ с неодинаковыми параметрами.

Ключевые слова: элемент с фрактальным импедансом (ЭФИ), R-C-NR-линия, параллельное соединение ЭФИ, последовательное соединение ЭФИ.

Введение

Элементом с фрактальным импедансом (ЭФИ) называют аналоговый пассивный элемент, имеющий дробно-степенную зависимость входного импеданса от частоты. Выражение для фрактального импеданса можно записать в следующем виде [1]:

$$\dot{Z}_F = (1/\omega^\alpha C_\alpha) e^{-j\alpha\pi/2}, \quad (1)$$

где ω – круговая частота; α – дробный порядок импеданса ЭФИ ($0 < \alpha < 1$); C_α – константа, имеющая смысл фрактальной емкости с размерностью $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{с}^{-\alpha}$.

Характерной особенностью фазочастотной характеристики ЭФИ является постоянство фазового сдвига в ограниченном диапазоне частот, равное значению $\varphi_c = -\alpha\pi/2$.

В настоящее время существует несколько вариантов реализации ЭФИ в виде одного компонента, параметры которого невозможно изменить после изготовления образца [2, 3]. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли создать новый ЭФИ, используя соединенные между собой изготовленные образцы с известными параметрами? Такая возможность оценивалась в работах [4, 5]. Так, в работе [4] рассмотрена возможность последовательного и параллельного соединения двух ЭФИ, выполненных в виде цепей на дискретных R - и C -элементах, имеющих одинаковые параметры. В работе [5] проведена экспериментальная проверка результатов комбинированного соединения образцов ЭФИ с разными показателями α , выполненных на основе ферроэлектрических полимеров. Однако полученные результаты рассматриваются в очень узком диапазоне частот (меньше одной декады), в котором можно пренебречь непостоянством фазы ФЧХ импеданса ЭФИ, наблюдающемся для большинства образцов ЭФИ в более широком диапазоне частот.

Целью данной работы является проверка потенциальной возможности реализации нового ЭФИ путем комбинированного включения ЭФИ с известными параметрами в более широком диапазоне частот (не менее двух декад).

Решение задачи

Для упрощения задачи рассмотрим результаты последовательного и параллельного соединения двух ЭФИ, схемотехнические модели которых с достаточной точностью в ограниченном диапазоне частот отражают характеристики изготовленных (реальных) образцов [3]. Синтезируем с помощью специализированной программы [6] два ЭФИ на основе R - C - NR ЭПП, схемотехнические модели которых, выполненные в программе OrCAD, изображены на рис. 1.

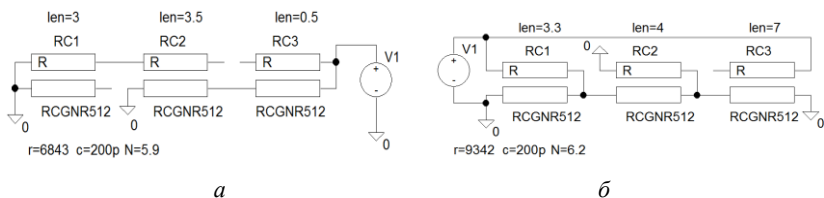


Рис. 1. Схемотехнические модели ЭФИ: с $\varphi_c = -20^\circ$ (а); с $\varphi_c = -40^\circ$ (б); r – погонное сопротивление линий; c – погонная емкость линий; N – соотношение погонных сопротивлений нижнего и верхнего резистивных слоев

Здесь элементы, обозначенные как RCGNR512, являются длинными R-C-NR-линиями, которые в программе моделируются 512-звенными RC-цепями соответствующей структуры.

Соответствующие этим моделям ЭФИ АЧХ и ФЧХ импеданса приведены на рис. 2.

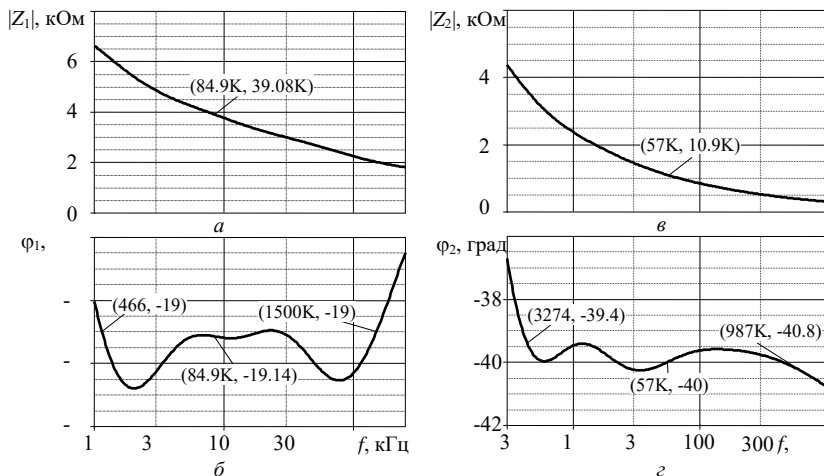


Рис. 2. Частотные характеристики импедансов:

АЧХ и ФЧХ ЭФИ с $\varphi_z = -20^\circ$ (а, б); АЧХ и ФЧХ ЭФИ с $\varphi_z = -40^\circ$ (в, г)

По характерным точкам на графиках вычислены значения фрактальных емкостей и дробных показателей частоты в выражениях для импеданса. ЭФИ с $\varphi_c = -20^\circ$ характеризуется $C_\alpha = 1,388 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{с}^{-0,221}$ и $\alpha = 0,221$. ЭФИ с $\varphi_c = -40^\circ$ характеризуется $C_\beta = 3,125 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{с}^{-0,445}$ и $\beta = 0,445$.

ФЧХ импедансов двухполюсников на основе параллельного и последовательного соединения рассмотренных выше моделей ЭФИ, найденные в программе OrCAD, изображены на рис. 3.

Результаты моделирования показывают, что при параллельном и последовательном соединении ЭФИ с разными параметрами получаются двухполюсники, не обладающие свойствами ЭФИ. Однако при параллельном и последовательном соединении двух одинаковых ЭФИ получены результаты, совпадающие с результатами, полученными в работе [4].

Для того чтобы убедиться в адекватности результатов моделирования, представленных на графиках рис. 3, рассмотрим параллельное и последовательное соединение двух идеальных ЭФИ, импедансы которых описываются выражением (1). С этой целью выведем аналитиче-

ские выражения импеданса при параллельном и последовательном соединении двух ЭФИ с импедансами $\dot{Z}_1 = (1/\omega^\alpha C_\alpha)e^{-j\alpha\pi/2}$ и $\dot{Z}_2 = (1/\omega^\beta C_\beta)e^{-j\beta\pi/2}$.

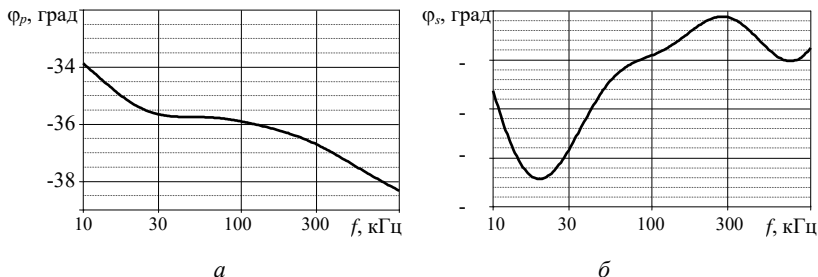


Рис. 3. ФЧХ импедансов: импеданса параллельного соединения ЭФИ (а); импеданса последовательного соединения ЭФИ (б)

При выводе выражений использовались классические формулы параллельного и последовательного соединения двухполюсников.

Выражение для импеданса при последовательном соединении двух ЭФИ имеет вид:

$$\dot{Z}_{\alpha+\beta} = \frac{\omega^\beta C_\beta \cdot \cos \alpha \frac{\pi}{2} + \omega^\alpha C_\alpha \cdot \cos \beta \frac{\pi}{2}}{\omega^{(\alpha+\beta)} C_\alpha C_\beta} - \frac{j \left(\omega^\beta C_\beta \sin \alpha \frac{\pi}{2} + \omega^\alpha C_\alpha \cdot \sin \beta \frac{\pi}{2} \right)}{\omega^{(\alpha+\beta)} C_\alpha C_\beta}. \quad (2)$$

Выражение для импеданса при параллельном соединении двух ЭФИ имеет вид:

$$\dot{Z}_{\alpha\parallel\beta} = \frac{\left(\omega^\beta C_\beta \cdot \cos \beta \frac{\pi}{2} + \omega^\alpha C_\alpha \cdot \cos \alpha \frac{\pi}{2} \right)}{\omega^{2\beta} C_\beta^2 + \omega^{2\alpha} C_\alpha^2 + 2C_\alpha C_\beta \omega^{(\alpha+\beta)} \cos(\alpha - \beta) \frac{\pi}{2}} - \quad (3)$$

$$\frac{j \left(\omega^\beta C_\beta \sin \beta \frac{\pi}{2} + \omega^\alpha C_\alpha \cdot \sin \alpha \frac{\pi}{2} \right)}{\omega^{2\beta} C_\beta^2 + \omega^{2\alpha} C_\alpha^2 + 2C_\alpha C_\beta \omega^{(\alpha+\beta)} \cos(\alpha - \beta) \frac{\pi}{2}}.$$

Вычисление ФЧХ импедансов производилось в программе *Matlab* при тех же значениях фрактальных емкостей и дробных показателей, которые были найдены для рассмотренных выше моделей ЭФИ на основе *R-C-NR*-линий и изображены на рис. 4.

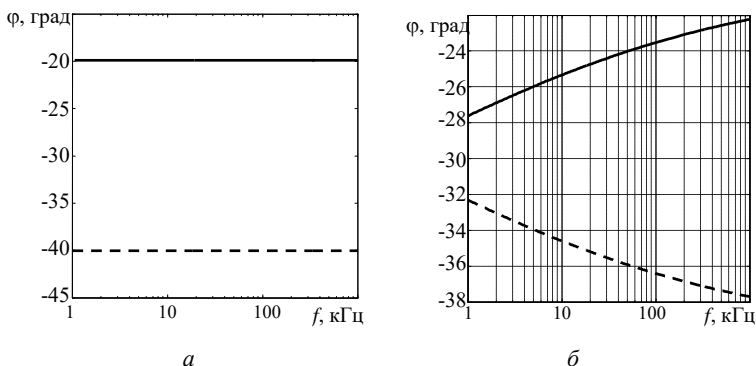


Рис. 4. ФЧХ импедансов: идеальных ЭФИ с $\varphi_z = -20^\circ$ (сплошная линия) и с $\varphi_z = -40^\circ$ (пунктирная линия) (а); последовательного соединения ЭФИ (сплошная линия) и параллельного соединения ЭФИ (пунктирная линия) (б)

Из графиков видим, что в широком диапазоне частот ФЧХ результирующих импедансов также не характеризуются постоянством фазы, т. е. из комбинации даже идеальных ЭФИ с разными параметрами потенциально невозможно получить новый ЭФИ.

Используя выражения (2) и (3), можно убедиться, что при последовательном соединении двух ЭФИ с $\alpha = \beta$ и $C_\alpha = C_\beta$ фазовый угол φ_c нового ЭФИ не меняется по сравнению с φ_c соединяемых ЭФИ, но в два раза увеличивается модуль импеданса и, в соответствии с (1), в два раза уменьшается фрактальная емкость по сравнению с модулем и фрактальной емкостью исходных ЭФИ. При параллельном соединении двух одинаковых ЭФИ фазовый угол результирующего ЭФИ также остается неизменным, но в два раза уменьшается модуль импеданса и в два раза увеличивается фрактальная емкость.

Сравнивая графики ФЧХ импедансов, изображенные на рис. 3 и на рис. 4, б, можно сделать вывод, что ФЧХ двухполюсников при последо-

вательном и параллельном соединении ЭФИ, описываемых их схемотехнических моделями, имеют такой же характер зависимости фазы от частоты, какой наблюдается при аналогичных соединениях идеальных ЭФИ. Отличие состоит в том, что на ФЧХ, полученных в программе OrCAD, проявляется влияние неравномерности фазы, имеющей сложный характер в диапазоне частот условного постоянства фазы φ_c .

Выводы

Таким образом, в результате проведенного исследования показана принципиальная невозможность получения нового ЭФИ путем параллельного или последовательного соединения ЭФИ с неодинаковыми параметрами. При соединении ЭФИ с одинаковыми параметрами получается ЭФИ, характеризующийся тем же показателем дробности, но отличающийся величиной модуля импеданса и величиной фрактальной емкости от аналогичных параметров, соединяемых ЭФИ.

Список литературы

1. *Biswas, K., Bohannan, G., Caponetto, R., Lopes, A. M., Machado, J. A. T.* Fractional-order devices. Cham, Switzerland : Springer, 2017. DOI: [10.1007/978-3-319-54460-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-54460-1).
2. *Shah, Z. M.* A survey of single and multi-component Fractional-Order Elements (FOEs) and their applications / Z. M. Shah, M. Y. Kathjoo, F. A. Khanday, K. Biswas, C. Psychalinos // *Microelectronics Journal*. 2019. Vol. 84. Pp. 9-25. DOI: [10.1016/j.mejo.2018.12.010](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2018.12.010).
3. Двухполюсные элементы с фрактальным импедансом и их применение в радиотехнике и связи / П. А. Ушаков, Г. Д. Бабошкин, С. В. Стойчев, В. Г. Гравшин // *Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова*. – 2020. – Т. 23, № 1. – С. 75-105. – DOI: [10.22213/2413-1172-2020-1-75-100](https://doi.org/10.22213/2413-1172-2020-1-75-100).
4. *Pu, Y.-F.* Measurement units and physical dimensions of fractance-part II: Fractional-order measurement units and physical dimensions of fractance and rules for fractors in series and parallel // *IEEE Access*. 2016. Vol. 4. Pp. 3398-3416. DOI: [10.1109/ACCESS.2016.2585819](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2016.2585819).
5. *Kartci, A.* Series-, parallel-, and inter-connection of solid-state arbitrary fractional-order capacitors: theoretical study and experimental verification / A. Kartci, A. Agambayev, N. Herencsar, K. N. Salama // *IEEE Access*. 2018. Vol. 6. Pp. 10933-10943. DOI: [10.1109/ACCESS.2018.2809918](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2809918).
6. *Ушаков, П. А.* Разработка генетического алгоритма для синтеза конструкций фрактальных элементов на основе резистивно-емкостной среды со структурой слоев вида R-C-NR / П. А. Ушаков, К. О. Максимов // *Вестник ИжГТУ*. – 2012. – № 3 (55). – С. 104–108.

V. G. Gravshin, postgraduate student
S. V. Stoichev, postgraduate student
P. A. Ushakov, DSc in engineering, professor
E-mail: grawowchik@mail.ru
Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation

Checking the Possibility of Implementing a New Element with a Fractal Impedance with Known Parameters

Computer simulation of the frequency characteristics of two-terminal networks formed by parallel and series connection of elements with fractal impedance (EFI) has been carried out. Simulation was carried out in the OrCAD program using EFI circuitry models based on R-C-NR lines. To check the adequacy of the results obtained, analytical expressions for the impedances of two-terminal devices formed by parallel and series connection of ideal EFIs were derived. The frequency characteristics of the impedance of these two-port networks were obtained in the Matlab program. It is shown that it is fundamentally impossible to obtain a new EFI by parallel or serial connection of EFI with unequal parameters.

Keywords: element with fractal impedance (EFI), R-C-NR line, EFI parallel connection, EFI serial connection.